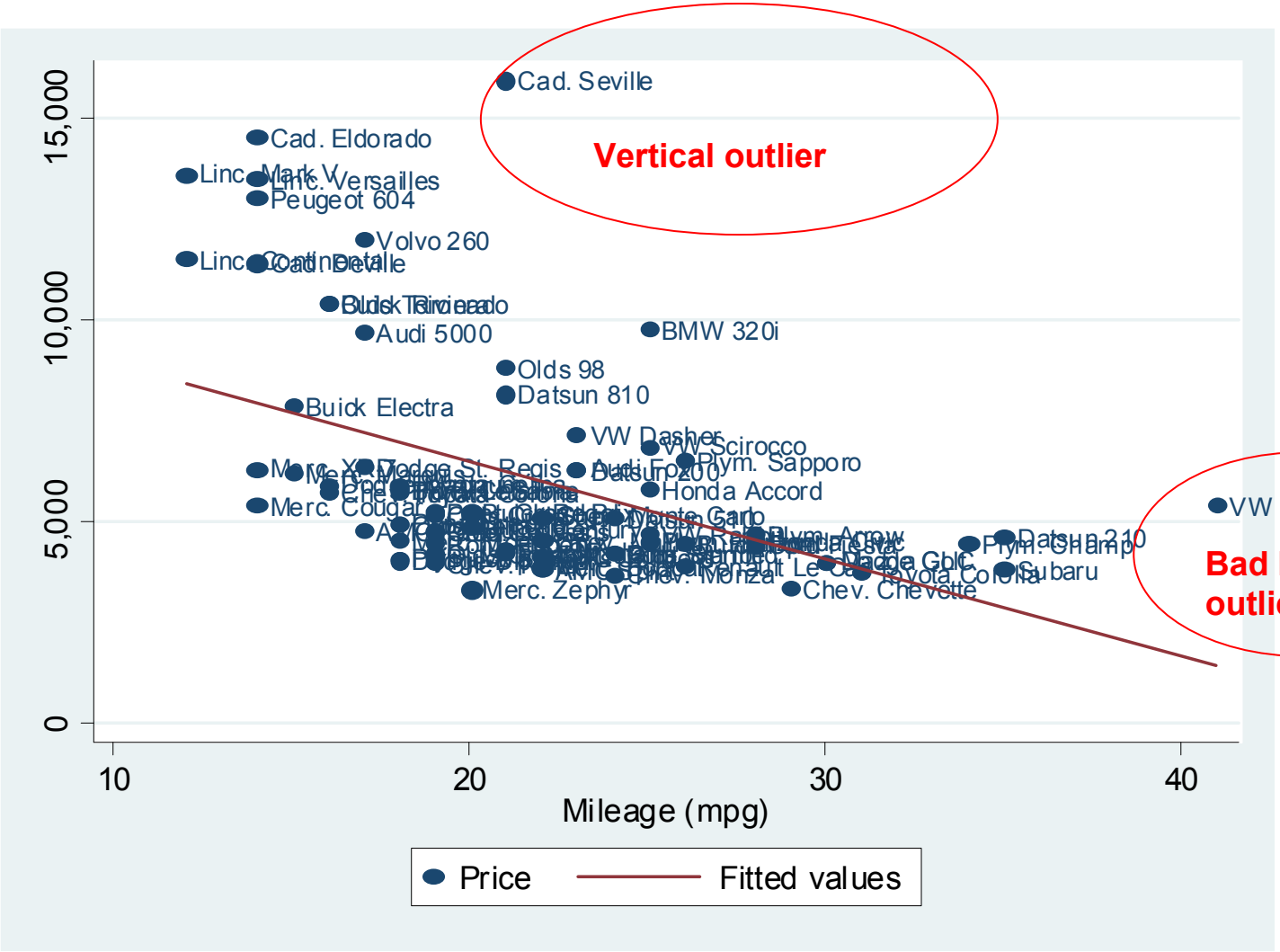
Методический семинар 15.03.2012, часть 2

Тестирование наличия выбросов (outliers)

Демидова О.А.

Что такое выбросы?



Leverage V Residuals

$$Y = X\beta + u,\ e = \hat{Y} - Y$$

$$H = X(X'X)^{-1}X' - \textit{hat matrix}$$

$$\hat{Y} = HY,\ \hat{Y}_i = \sum_{j=1}^{n} h_{ij} Y_j,$$

$$h_{ii} - \textit{leverage}, \quad i = 1,\ldots, n$$

$$\text{var}[e] = [I - H]\,\text{var}[u]$$

$$\text{var}(e_i) = (1 - h_{ii})\sigma_u^2$$

Если h_{ii} *велико, то* $\text{var}(e_i)$ *мало*

Выявление вертикальных выбросов

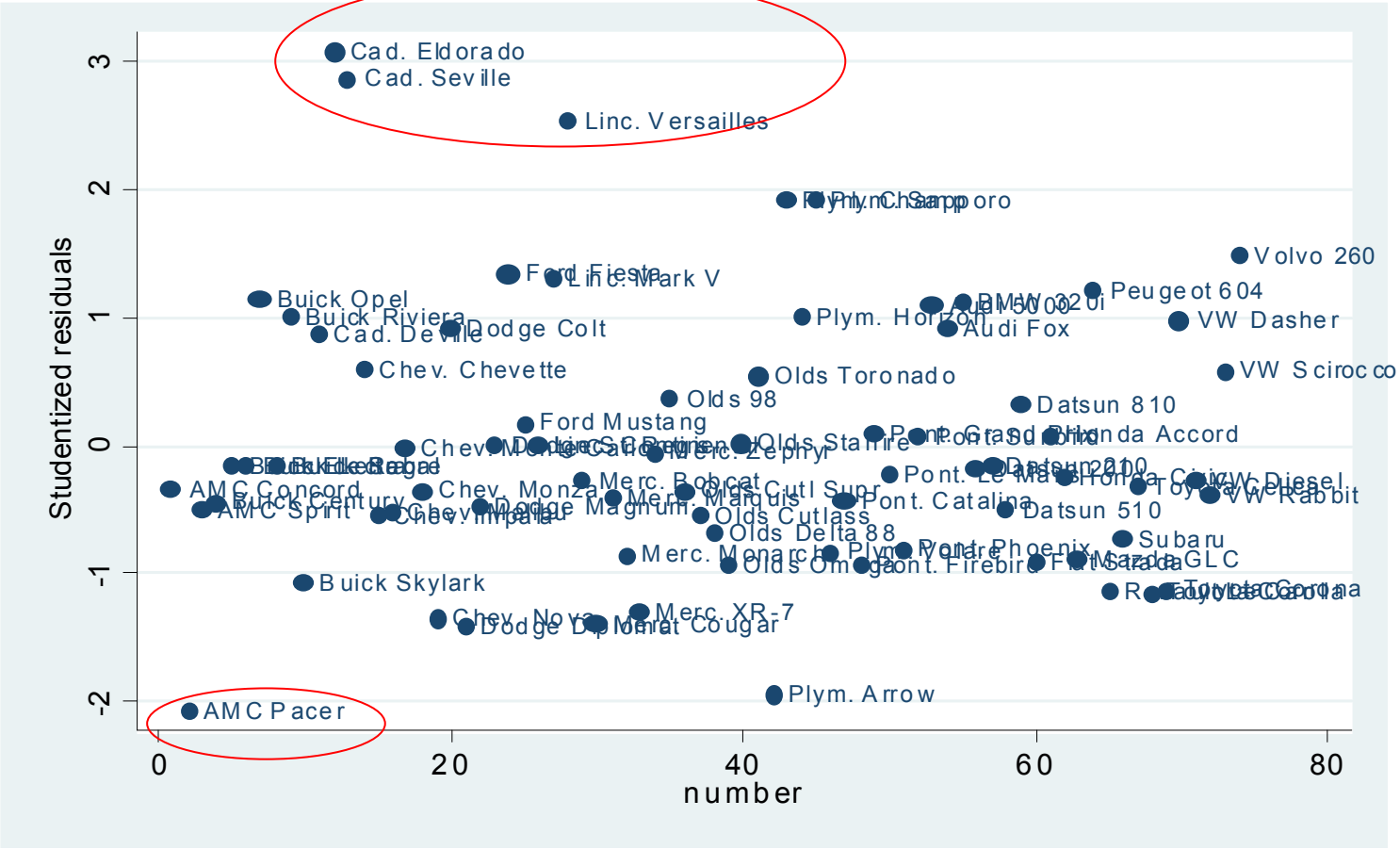
Стьюдентизированные остатки

$$e_i^* = \frac{e_i}{s_{(-i)}\sqrt{1 - h_{ii}}}$$

Rule of thumb: если e*>2, то это выброс

Выявление вертикальных выбросов

Стьюдентизированные остатки



Сравнение результатов с выбросами и без выбросов

```
. reg  price mpg weight  length foreign
```

Source	SS	df	MS
Model	348708940	4	87177235
Residual	286356456	69	4150093.57
Total	635065396	73	8699525.97

Number of obs	74
F(4, 69)	21.01
Prob > F	0.0000
R-squared	0.5491
Adj R-squared	0.5230
Root MSE	2037.2

price	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
mpg	-13.40719	72.10761	-0.19	0.853	-157.2579	130.4436
weight	5.716181	1.016095	5.63	0.000	3.689127	7.743235
length	-92.48018	33.5912	-2.75	0.008	-159.4928	-25.46758
foreign	3550.194	655.4564	5.42	0.000	2242.594	4857.793
_cons	5515.58	5241.941	1.05	0.296	-4941.807	15972.97

```
. reg  price mpg weight  length foreign if abs(residst) < 2
```

Source	SS	df	MS
Model	229069621	4	57267405.2
Residual	178137969	65	2740584.14
Total	407207590	69	5901559.27

Number of obs	70
F(4, 65)	20.90
Prob > F	0.0000
R-squared	0.5625
Adj R-squared	0.5356
Root MSE	1655.5

price	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
mpg	-33.53987	61.63118	-0.54	0.588	-156.6258	89.54609
weight	3.976065	.9860319	4.03	0.000	2.006823	5.945306
length	-49.88628	32.82274	-1.52	0.133	-115.4378	15.66525
foreign	3403.566	537.8999	6.33	0.000	2329.306	4477.826
_cons	3011.892	4811.133	0.63	0.533	-6596.604	12620.39

Выявление bad leverage points

DF BETA

$$D_{ij} = b_j - b_{j(-i)},$$

$$i = 1,..., \; n - \text{номер наблюдения},$$

$$j = 1,..., \; k - \text{номер фактора}$$

Rule of thumb: Если

$$\left|D_{ij}\right| \geq 2/\sqrt{n} \; (\text{на практике часто} > 1),$$

то это выброс

Но факторов много!

Выявление bad leverage points

$DFITS_i = e_i^* \sqrt{\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}},$	**Rule of thumb для выявления выбросов** $DFITS_i > 2\sqrt{\frac{k}{n}},$
$D_i = \frac{1}{k}\frac{s_{(i)}^2}{s^2} DFITS_i^2$ $Cook's\ Distance$	$D_i > \frac{4}{n}$
$W_i = DFITS_i \sqrt{\frac{n-1}{1-h_{ii}}}$ $Welsch's\ Distance$	$W_i > 3\sqrt{k}$

Выявление bad leverage points

```
. predict cooksd, cooksd

. list  make if cooksd > 4/74
```

	make
2.	AMC Pacer
12.	Cad. Eldorado
13.	Cad. Seville
28.	Linc. Versailles
42.	Plym. Arrow
43.	Plym. Champ

Сравнение результатов с и без bad leverage points

```
. reg  price mpg weight  length foreign
```

Source	SS	df	MS
Model	348708940	4	87177235
Residual	286356456	69	4150093.57
Total	635065396	73	8699525.97

Number of obs	74
F(4, 69)	21.01
Prob > F	0.0000
R-squared	0.5491
Adj R-squared	0.5230
Root MSE	2037.2

price	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
mpg	-13.40719	72.10761	-0.19	0.853	-157.2579	130.4436
weight	5.716181	1.016095	5.63	0.000	3.689127	7.743235
length	-92.48018	33.5912	-2.75	0.008	-159.4928	-25.46758
foreign	3550.194	655.4564	5.42	0.000	2242.594	4857.793
_cons	5515.58	5241.941	1.05	0.296	-4941.807	15972.97

```
. reg  price mpg weight  length foreign if  cooksd < 4/74
```

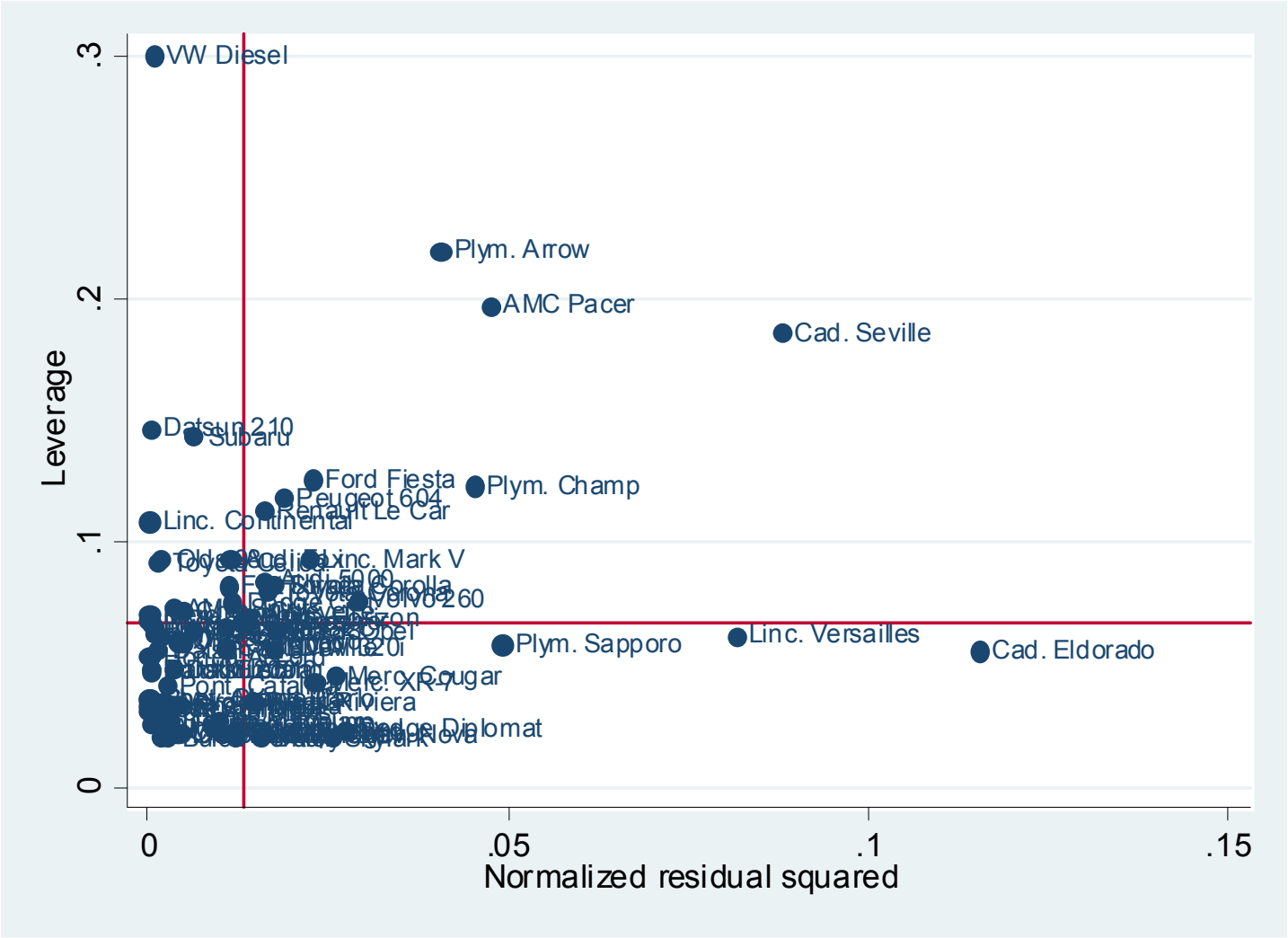
Source	SS	df	MS
Model	242230722	4	60557680.6
Residual	161542206	63	2564161.99
Total	403772928	67	6026461.61

Number of obs	68
F(4, 63)	23.62
Prob > F	0.0000
R-squared	0.5999
Adj R-squared	0.5745
Root MSE	1601.3

price	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
mpg	-35.5219	62.06735	-0.57	0.569	-159.5536	88.50981
weight	4.953208	1.118628	4.43	0.000	2.717809	7.188606
length	-78.29578	36.2578	-2.16	0.035	-150.7512	-5.840351
foreign	3583.937	532.0723	6.74	0.000	2520.675	4647.199
_cons	5405.938	4834.563	1.12	0.268	-4255.166	15067.04

Полезный график

Leverage on normalized residuals squared



Что делать, если выявлены выбросы?

1) Оценить модель с ними и без них

2) Использовать робастные методы оценивания

Variable	regols	regmed	mreg	rreg	mmreg70
mpg	-13.407192	6.2978704	-23.500289	-23.873543	-122.79988***
weight	5.7161809***	3.6727916***	4.5636207***	3.2814101***	-3.0145735
length	-92.480183**	-35.375678	-61.1696	-27.096799	93.802086*
foreign	3550.1937***	3222.1316***	3529.0743***	3346.3483***	692.4751*
_cons	5515.5801	-92.609125	3116.0435	480.00227	-1456.2602

legend: * p<0.05; ** p<0.01; *** p<0.001